

Il Problema del Metodo in Matematica e il Problema di Matematica come Metodo

The Educational Problem of Method in Mathematics and the Mathematical Problem as an Educational Method

El Problema del Método en Matemáticas y el Problema de las Matemáticas como Método

Alice Lemmo¹ e Francesca Pizzi²

¹Dipartimento di Ingegneria e scienze dell'informazione e matematica,
Università dell'Aquila, Italia.

²Istituto Comprensivo Tortoreto, Teramo, Italia

Sunto. *Una delle principali esigenze che i docenti esprimono durante i percorsi di formazione e discussione tra colleghi è la condivisione di metodi da utilizzare nella pratica didattica. Questo contributo si propone di far luce sul significato del termine metodo e sul suo utilizzo in un contesto educativo. A partire dal valore semantico della parola metodo, tratteremo della sua evoluzione nel corso della storia della ricerca educativa, attraverso un'attenta riflessione riguardo ad aspetti che non possono essere sottovalutati: adottare un metodo all'interno di un contesto educativo non significa seguire un modello, ma scegliere delle strategie, degli strumenti che rimandino ad obiettivi e principi coerenti con una base teorica solida e comprovata. I risultati degli studi di ricerca in Didattica della Matematica mostrano quanto non sia tanto il metodo a fare la differenza, rispetto all'importanza di promuovere un ambiente di apprendimento produttivo. Attraverso una breve analisi di una sperimentazione condotta in una scuola primaria, metteremo in luce quanto l'approccio per problemi e la predisposizione di discussioni matematiche, sembrano possedere i requisiti che soddisfano la promozione di tale ambiente.*

Parole chiave: metodo, approccio per problemi, ambiente di apprendimento produttivo, discussione matematica, scuola primaria.

Abstract. *One of the main needs expressed by teachers during training courses and discussions among colleagues concern the possibility to share a method to use in teaching practice. This contribution aims to intraduct the meaning of the term method and its use in educational contexts. Starting from the semantic meaning of the word method, we will explore its evolution throughout the history of educational research, engaging in a careful reflection on aspects that cannot be underestimated. Adopting a method within an educational context does not mean following a model but rather choosing strategies, tools that are grounded from principles in a validated and shared theoretical foundation. Research in the field of Mathematics Education demonstrates*

that the method itself doesn't makes the difference in students' achievement, but rather the importance of fostering a productive learning environment. Through a brief analysis of some activities carried out in a primary school, we will highlight how problem-based approaches and mathematical discussions seem to be useful in promoting a productive learning environment.

Keywords: educational method, problem solving, productive learning environment, mathematical discussion, primary school.

Resumen. *Una de las principales exigencias que los docentes expresamos en procesos de formación o en debates entre colegas, es la de compartir métodos útiles en la práctica didáctica. El objetivo de este trabajo no es solo el de echar luz sobre el significado del término método, sino también sobre su uso en contextos educativos. A partir del sentido semántico de la palabra método, trataremos su evolución a lo largo de la historia de la investigación educativa, gracias a una cuidada reflexión sobre rasgos que no se pueden desatender: utilizar un método en una situación educativa no significa seguir un modelo, sino elegir unas estrategias, unas herramientas, que arraiguen en bases teóricas sólidas y comprobadas. Según los resultados de una investigación llevada a cabo en Didáctica de las Matemáticas, lo más importante no es el método, sino la promoción de una atmósfera educativa productiva. El análisis de una experimentación realizada en una escuela primaria, demostrará qu'el enfoque por problemas y el planteamiento de debates matemáticos, poseen todos los requisitos que implementan un ambiente de aprendizaje ambicioso.*

Palabras clave: método educativo, resolución de problemas, atmósfera educativa productiva, discusión matemática, escuela primaria.

1. Introduzione

Una delle principali esigenze che i docenti in e pre servizio esprimono durante i percorsi di formazione e discussione tra colleghi è la condivisione di metodi da utilizzare nella pratica didattica.

Nella maggior parte dei casi, il termine metodo è inteso come *vademecum*, modello di comportamenti, strategie e tecniche da adottare per far fronte a situazioni d'aula ed è oggetto di ampia discussione nel contesto dell'insegnamento-apprendimento (Bottero, 2007). Spesso esso è confuso con metodologia, tecnica ma, di fatto, rientra tra le parole maggiormente menzionate da parte di un docente di ogni ordine e grado scolastico di qualunque disciplina.

La matematica, per diverse ragioni che possono essere talvolta di natura affettiva, altre volte legate all'epistemologia dei suoi contenuti o alle scelte didattiche (Brousseau, 1986; D'Amore et al., 2006), raccoglie un alto numero di fallimenti (Zan, 2007; Zan & Baccaglini-Frank, 2017) e, per queste ragioni, ha destato un ampio interesse nel dibattito educativo sul metodo.

L'interesse nella costruzione e definizione di metodologie, tecniche e artefatti per l'insegnamento-apprendimento della matematica si inserisce in

quella che D'Amore (2023) definisce Didattica della Matematica come *ars*, orientata cioè alla divulgazione di idee e focalizzata sulle fasi e le scelte legate al processo di insegnamento.

Negli anni, diverse ricerche in educazione matematica hanno fatto emergere i limiti di questa prospettiva (ibidem) e l'ingenuità nel porre piena fiducia in quelli che D'Amore e Fandiño Pinilla (2014) definiscono “strumenti illusori”, ossia strumenti che inducono a credere erroneamente di poter risolvere qualsiasi difficoltà di natura didattica, epistemologica o operativa legata all'insegnamento della matematica.

Attualmente, la prospettiva socio-costruttivista (Vygotskij, 1978) ha cambiato i paradigmi e gli obiettivi della ricerca in educazione matematica, così come del processo di insegnamento-apprendimento della stessa, incentivando un approccio laboratoriale (si veda ad esempio il documento Matematica 2001, prodotto dalla Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica dell'Unione Matematica Italiana¹) e la stretta relazione tra il *fare* e *pensare* matematica (MIUR, 2012) in classe.

Tale prospettiva di insegnamento-apprendimento in ottica interdisciplinare e verticale rappresenta uno dei punti salienti dei documenti ministeriali italiani, i quali rimarcano la centralità della realizzazione, da parte degli Istituti Comprensivi, di un curriculum verticale, in una sorta di crescendo che, partendo dall'esperienza, tipica dei primi anni di scuola, diventi pian piano contenuto disciplinare e accompagni i ragazzi e le ragazze verso una conoscenza ricca di connessioni fra i diversi saperi (MIUR, 2012; 2018).

Si tratta di approcci che richiedono da parte del docente un'adeguata formazione che consenta di indagare le discipline sul piano epistemologico, didattico e storico.

Questo contributo ha l'obiettivo di proporre una breve riflessione per mostrare quanto sia infruttuosa e ingenua l'idea di adottare un metodo di insegnamento, inteso come insieme di prassi predefinite e indipendenti dal contesto. L'argomentazione di seguito richiama alcune suggestioni proposte nell'ambito della pedagogia generale, intrecciate con alcuni risultati dalla ricerca in didattica della matematica. Nella conclusione del contributo, è descritto un esempio paradigmatico di un percorso svolto nella scuola primaria. In particolare, si descriveranno in dettaglio alcune delle attività al fine di presentare un approccio all'insegnamento-apprendimento della matematica proprio di un insegnante, esplicitando teoria, principi, obiettivi dell'azione didattica intrapresa oltre che comportamenti e strategie con essi coerenti.

2. Il Problema del Metodo, tra ieri ed Oggi

In ambito educativo, una delle definizioni attribuite al termine metodo è

¹ <https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/primo-ciclo/>

l'insieme di finalità, teorie e pratiche che permettono di acquisire obiettivi formativi (Bottero, 2007) e ha lo scopo di orientare le azioni del docente attraverso una logica unitaria, considerandole nella loro totalità (Vertecchi, 2012).

Nella storia della ricerca educativa, il termine metodo è strettamente connesso all'idea di un modello da seguire in modo vincolante, fondato su *principi, teoria ed obiettivi*.

Komenský (1911/1657), noto in Italia con il nome Comenio, e Pestalozzi (1963/1801), i primi a parlare di metodo, hanno appoggiato quello deduttivo, identificando in esso dei *principi* generali. Attraverso questi principi si è via via delineata la struttura del curriculum elementare; in questo contesto, il metodo era considerato un insieme di precetti piuttosto rigidi che ancora non si rifacevano esplicitamente a teorie ed obiettivi.

Comenio, nel capitolo XVI di *Didactica Magna* (1657), descrive minuziosamente i “Fondamenti” a cui un metodo deve rifarsi; in un'ottica contemporanea essi possono essere considerati la *teoria* di riferimento del metodo proposto dall'autore. La natura è permeata da *principi* radicati in una visione ottimistica della natura umana; essi sono, appunto, *principi di natura*, a cui dovrebbe conformarsi l'arte didattica. L'autore collega tali principi ad un'idea di metodo che esprima l'esigenza di una razionalizzazione dell'azione dei docenti. Questi ultimi devono farsi garanti del metodo e assicurarsi che l'allievo sia artefice del proprio apprendimento. In questa cornice, gli *obiettivi* si vestono di un aspetto per lo più organizzativo e, per Comenio, si esplicano sotto forma di regole necessarie per far sì che un metodo di insegnamento possa aprire l'educazione a tutte le classi sociali.

In linea con Comenio, Pestalozzi mantiene l'approccio deduttivo come caposaldo del suo pensiero pedagogico ma si veste di sfumature tipiche dei metodi induttivi. Nelle opere in cui tratta la questione del metodo educativo, egli riprende le fila teoriche secondo le quali bisogna affidarsi alla natura, al rapporto con la società e alle esperienze. Si discosta, invece, da Comenio, circa alcuni aspetti, in quanto l'*obiettivo* del metodo risiede nello sviluppo di forze interiori, tripartite in forza del *cuore*, della *testa* e della *mano*. La formazione deve avvenire, quindi, attraverso l'educazione della *testa* (capacità cognitive), del *cuore*, cioè del sentimento e delle capacità morali, e della *mano*, o capacità pratiche e artigianali del fanciullo. Questa triade, obiettivo del metodo pestalozziano, volto ad emancipare l'uomo sia socialmente che individualmente, ispira la sua idea di educazione. I *principi* generali della sua proposta, pertanto, sono quello della naturalità perché, come detto, bisogna adattarsi allo sviluppo interiore dell'individuo. Segue quello dell'*elementarità*, ossia il bisogno di concentrare l'azione didattica sull'accrescimento di parola, forma e numero. Ultimo principio, quello della *vicinanza/lontananza* in quanto, il metodo di insegnamento, parte da un'esperienza più sensibile e arriva ad una conoscenza dei concetti e di sé stessi (Bottero, 2007), avvalendosi del

presupposto che l'intuizione sia il punto di partenza di ogni forma di conoscenza.

L'avvento di nuove prospettive educative, come quella costruttivista e socio-costruttivista, ha imposto un cambiamento di paradigma per cui lo studente è diventato il protagonista centrale del processo di insegnamento-apprendimento, confermando al tempo stesso il ruolo cruciale del docente nella predisposizione di ambienti di apprendimento (Castoldi, 2020), intesi come l'insieme di pratiche educative e didattiche orientate al raggiungimento di obiettivi educativi. In relazione al metodo, l'aspetto sociale ha imposto di ripensare la valenza e il significato di *teoria*, *principi* e *obiettivi*.

John Dewey (2023/1897) espose sinteticamente ed incisivamente quelle idee sull'educazione che rimarranno a lungo i capisaldi del movimento della "scuola attiva" e dell'educazione progressiva, tracciando le linee, seppur in maniera implicita, di un metodo nel quale l'esperienza è un fatto pratico che orienta un'azione ad uno scopo. La *teoria* del suo metodo educativo ruota attorno al concetto di *esperienza*, intesa, quest'ultima, come luogo di relazione ed interazione attiva tra il soggetto e l'ambiente. L'*obiettivo*, invece, è la volontà di formare buoni cittadini, liberi, all'interno di una società democratica. I *principi*, che egli delinea, sono punti fondamentali della scuola attiva, e si articolano attorno all'importanza dell'esperienza, della cooperazione, dell'interdipendenza, prestando particolare attenzione alla capacità di organizzare contesti, ambienti, materiali e proposte in linea con le attitudini e i bisogni di ogni allievo e allieva, nonché futuro cittadino e cittadina della società democratica.

In una visione contemporanea (Vertecchi, 2012), il metodo perde la sua prescrittività e si trasforma in un insieme di comportamenti e strategie scelti e attuati dal docente. Questi sono finalizzati al raggiungimento di specifici *obiettivi* educativi e ispirati da *principi* che a loro volta discendono da una *teoria*. L'importanza riconosciuta all'aspetto sociale, relazionale e comunicativo, impone inoltre di porre l'attenzione alle relazioni fra l'oggetto (il sapere), il soggetto (l'allievo) e l'agente dell'azione didattica (il docente) (Chevallard & Joshua, 1982). L'intreccio di queste relazioni rappresenta il cuore del metodo. Questa prospettiva impone l'abbandono del termine metodo in senso di raccolta e uso di precetti, avvicinandolo ad un'accezione pedagogica tesa a far convergere l'attenzione nell'intreccio insegnamento-apprendimento (Bottero, 2007).

Il breve e non esaustivo *excursus* storico mostra quanto siano mutati i paradigmi alla base del processo di insegnamento-apprendimento e di conseguenza la definizione di metodo.

Sulla base degli orizzonti tracciati dai documenti ministeriali (MIUR, 2012; 2018) e dalle evidenze mostrate dalla ricerca in ambito educativo attuali, è necessario prendere coscienza del fatto che nessun metodo, attivo, passivo, cooperativo, frontale, e così via riuscirà mai a soddisfare la moltitudine di

peculiarità ed esigenze presenti in una classe. Questa considerazione non impedisce però al docente di delineare teorie, principi e obiettivi che possono fare da cornice alle sue scelte educative e didattiche. Le indicazioni nazionali per il curricolo forniscono diversi spunti in questa direzione, infatti, esse si basano su una visione costruttivista dell'apprendimento, che vede il sapere come un processo dinamico, in cui lo studente costruisce attivamente le proprie conoscenze attraverso l'esperienza e l'interazione con il mondo. Si ispirano inoltre a teorie socioculturali, come quelle di Vygotskij (1978, 1990) che sottolineano l'importanza del contesto sociale e delle relazioni nell'apprendimento. Il testo valorizza principi chiave, come ad esempio:

- centralità dello studente che vede l'alunno come il protagonista del proprio apprendimento;
- unitarietà del sapere, superando la frammentazione disciplinare per favorire collegamenti tra i saperi;
- cittadinanza attiva che prevede l'educazione come veicolo per la formazione di cittadini responsabili, consapevoli dei diritti e dei doveri in una società democratica;
- inclusione e personalizzazione, riconoscendo la diversità come risorsa e adattamento dei percorsi alle esigenze di ogni alunno;
- valorizzazione della continuità educativa dalla scuola dell'infanzia alla secondaria, per garantire uno sviluppo armonico e progressivo (MIUR, 2012).

Coerentemente con teoria e principi sono inoltre declinati gli obiettivi e i traguardi per lo sviluppo delle competenze declinati per ogni disciplina.

3. Il Problema del Metodo in Matematica

Come già anticipato da un punto di vista generale, anche nel caso della matematica, in questo paragrafo metteremo in luce teoria, principi e obiettivi. In particolare, gli obiettivi e i principi risiedono nelle Indicazioni Nazionali (MIUR, 2012) coerentemente con la teoria socio-costruttivista descritta in precedenza. In particolare, nella sezione dedicata alla matematica, le indicazioni presentano principi molto chiari, coerenti con quelli declinati nella sezione generale, tra cui:

- superare l'apprendimento meccanico e mnemonico per cui non basta memorizzare formule, ma è fondamentale comprendere i fatti matematici e le loro relazioni;
- favorire attività di scoperta, attraverso la proposta di situazioni da esplorare, in cui formulare congetture;
- promuovere il lavoro cooperativo, collaborativo e il dialogo attraverso discussioni matematiche e confronti di argomentazioni.

Inoltre, delineano obiettivi che descrivono l'attività matematica, come ad esempio: porsi, affrontare e risolvere problemi in contesti reali e non; argomentare le proprie affermazioni e confrontarsi con gli altri, descrivere fatti matematici e le loro relazioni e proprietà e rappresentare oggetti, fatti matematici e relazioni attraverso una pluralità di registri (grafico, simbolico, aritmetico, geometrico, ...).

Nel contesto italiano, esistono valide ricerche volte a presentare delle linee guida per supportare i docenti nel complesso e variegato processo di costruzione del proprio progetto didattico (si veda ad esempio, Fandiño Pinilla, 2020b; Sabena et al. 2019) che condividono le teorie, i principi e gli obiettivi sopra citati. In questi riferimenti, sembra, però, mancare una proposta esplicita di linee guida che supportino il docente nella costruzione di ambienti di apprendimento.

In ambito internazionale esistono diversi contributi rilevanti che si interrogano sull'esistenza o meno di un metodo orientato al raggiungimento di obiettivi educativi in matematica. Tra questi, i riferimenti teorici proposti da Schoenfeld e colleghi (2023) sembrano essere utili ed esplicativi. Gli autori offrono una visione di teoria dell'insegnamento nella quale "cosa insegnare" lascia spazio alla costruzione di un "ambiente di apprendimento". Schoenfeld e colleghi (ibidem) affrontano esplicitamente il tema del metodo e della teoria dell'insegnamento rappresentata da un'architettura orientata ad obiettivi i quali, uniti ad adeguate risorse e orientamenti, consentono di costruire ambienti di apprendimento tali da far emergere le potenzialità di ogni singolo allievo. Gli autori coniano il termine *ambitious teaching* (insegnamento ambizioso) descritto come "l'insieme di decisioni prese durante la creazione e il mantenimento di ambienti di apprendimento produttivo" (ibidem, p. 164, trad. it. a cura delle autrici). Con il termine ambiente di apprendimento produttivo gli autori si riferiscono ad ambienti di apprendimento in cui gli studenti sono pensatori attivi volti ad affrontare e risolvere problemi, argomentare le proprie scelte e prendere decisioni.

Questa prospettiva impone un ripensamento degli obiettivi relativi alla matematica, che passano dalla padronanza dei contenuti all'acquisizione di competenze sui contenuti stessi; inoltre, riconosciuto il ruolo dell'ambiente sugli studenti, considerandolo il luogo fisico e non in cui si sviluppano le convinzioni e le idee sulla natura della matematica e sul loro rapporto con essa.

Nel quadro del *Teaching for Robust Understanding* (Insegnamento per un apprendimento robusto, TRU) (Schoenfeld, 2013, 2014; Teaching for Robust Understanding Project²) sono delineate cinque dimensioni, che possono essere considerate come principi:

- *Matematica (Mathematics)* si riferisce all'attenzione verso le modalità con cui vengono affrontate e spiegate le connessioni tra procedure, concetti e contesti; in altre parole, la misura in cui la matematica discussa e presentata

² Teaching for Robust Understanding Project. (2018): <https://truframework.org/>

è focalizzata e coerente;

- *Domanda cognitiva (Cognitive demand)* indica la misura in cui le interazioni in classe creano e mantengono un ambiente di sfida intellettuale produttiva che favorisce lo sviluppo di un pensiero matematico da parte degli studenti;
- *Accesso equo ai contenuti (Equitable access of content)* riguarda la misura in cui le attività in classe sono strutturate con l'obiettivo di invitare e supportare il coinvolgimento attivo di tutti gli studenti della classe;
- *Responsabilità personale, autonomia e identità (Agency, ownership and identity)* si riferisce al creare situazioni che presentino per gli studenti l'opportunità di formulare congetture, spiegare, costruire argomentazioni matematiche e sviluppare idee a partire da quelle degli altri, in modi che contribuiscano allo sviluppo della loro capacità di agire, la loro responsabilità e identità come soggetti attivi nella pratica della matematica;
- *Valutazione formativa (formative assessment)* indica le modalità in cui l'insegnante sollecita il pensiero degli studenti verso i processi di apprendimento futuri, proponendo feedback e interventi.

Tutte e cinque le dimensioni concorrono insieme ed intrecciate a supportare l'ambiente di apprendimento: se anche solo ad una delle cinque non viene data attenzione e spazio, l'ambiente viene compromesso. In altre parole, se la matematica non è ricca; se le attività non sono realizzate in modo da coinvolgere tutti gli studenti in sfide costruttive; se alcuni studenti non sono coinvolti nel partecipare alla costruzione dei nuclei fondanti o hanno l'opportunità di contribuire alle discussioni, allora l'ambiente non si adatta in modo significativo a ciò che gli studenti rivelano del loro pensiero.

Il nostro interesse quindi si sposta dalla definizione di un metodo alla costruzione di un insegnamento ambizioso che abbia come obiettivo principale quello di supportare la costruzione di competenze matematiche e in matematica (D'Amore et al., 2003).

Diversi ricercatori in educazione matematica hanno cercato di descrivere la competenza in matematica e la competenza matematica per supportare docenti ed educatori nel processo di insegnamento-apprendimento di questa disciplina (si veda ad esempio, Kilpatrick, 2001; Niss, & Højgaard, 2019; Fandiño Pinilla, 2020a). Seppur con accezioni e categorizzazioni diverse, tutti gli autori concordano che tale competenza sia costituita da una molteplicità di processi complessi che si intrecciano e interagiscono tra di loro. Un aspetto particolare che caratterizza tutti questi studi è l'enfasi sull'attività di porsi, affrontare e risolvere problemi.

Prima di procedere, è opportuno introdurre una definizione chiara di cosa la ricerca in didattica della matematica consideri come problema per evitarne la confusione con l'esercizio. Quest'ultimo, può essere risolto utilizzando regole o nozioni già apprese ed in via di consolidamento, rientrando di fatto nelle

categorie di rafforzamento o verifica; al contrario, i problemi coinvolgono o l'uso di più regole o nozioni o la successione di operazioni la cui scelta è atto strategico, talvolta creativo, dell'allievo o l'allieva (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2006). Questo chiarimento è essenziale poiché in molti libri di testo si confonde il problema con qualunque esercizio proposto all'interno di un contesto reale o verosimile (Zan, 2016). In aggiunta, il testo con cui si può presentare un problema (sia esso un problema vero o un esercizio) può avere formulazioni diverse. Zan propone la distinzione tra problemi *descrittivi* e *narrativi*: i primi in cui il testo descrive una situazione utile a presentare un elenco di dati, i secondi, invece, propongono un testo che descrive una storia fatta di personaggi che devono prendere delle decisioni rispetto a determinati scopi.

Alla luce di quanto delineato, i problemi (intesi rispetto alla definizione sopra riportata) si inseriscono come attività che caratterizzano l'ambiente di apprendimento produttivo (Schoenfeld et al., 2023) poiché, possedendo un carattere trasversale e interdisciplinare (*Matematica, equo accesso ai contenuti*), permettono di far emergere le potenzialità e la capacità di esprimere il proprio punto di vista (*Responsabilità personale, autonomia e identità*), sulla base di congetture ed inferenze (*domanda cognitiva*). Inoltre, la discussione sulle strategie e le soluzioni attivate permettono di riflettere sul proprio percorso risolutivo (*valutazione formativa*) (Di Martino e Zan, 2019).

In aggiunta, i problemi favoriscono l'insorgere di discussioni matematiche (Bartolini Bussi et al., 1995), intese come una polifonia di voci che si esprimono su un oggetto matematico, un concetto, un problema o una procedura. Secondo Bartolini Bussi, Boni e Ferri, la discussione matematica è un'attività didattica in cui gli studenti, guidati dall'insegnante, esplorano, confrontano e argomentano idee matematiche attraverso il dialogo e l'interazione sociale. Questo processo favorisce la costruzione collettiva della conoscenza, stimolando la riflessione critica, la giustificazione delle soluzioni e la connessione tra diversi concetti matematici. Rispetto alla sua definizione, la discussione concorre, insieme ai problemi, alla costruzione di un ambiente produttivo poiché per definizione prevede che le voci interagiscano tra loro, creando una *polifonia (Domanda cognitiva)* la quale coinvolge attivamente tutti i partecipanti (*Responsabilità personale, autonomia e identità; Accesso equo ai contenuti*) e consente di raccogliere informazioni utili per le decisioni future sul processo di insegnamento-apprendimento (*Valutazione formativa*).

In conclusione, per quanto riguarda la disciplina matematica, abbiamo delineato una teoria, dei principi e degli obiettivi che possono permettere al docente di costruirsi un metodo di riferimento o meglio una proposta di insegnamento ambizioso. Per cui la teoria è socio-costruttivista, secondo cui la conoscenza è costruita dall'allievo e l'allieva i quali, oltre a costruire significati matematici, creano collegamenti e li mettono in relazione all'interno di un contesto sociale (Dewey, 2023/1897; Vygotskij, 1978). I principi si rifanno alle

5 dimensioni definite dal quadro TRU che, coerentemente con le linee guida ministeriali (MIUR, 2012; 2018), sono volti a favorire attività di scoperta ed esplorazione e promuovere il lavoro cooperativo, collaborativo e il dialogo attraverso discussioni matematiche e confronti di argomentazioni. Infine, gli obiettivi sono quelli indicati dalle Indicazioni Nazionali per il curriculum (ibidem).

4. Metodologie, Strategie e Principi per un Insegnamento Ambizioso

In questo paragrafo proponiamo un esempio emblematico di un percorso proposto in una scuola primaria. L'obiettivo è quello di descrivere alcune delle attività inserite in questo percorso orientato verso l'insegnamento ambizioso, illustrando l'insieme di decisioni prese per la creazione e il mantenimento di un ambiente di apprendimento produttivo.

Le attività descritte sono inserite in un percorso di due anni che ha coinvolto una scuola primaria in provincia di Teramo (Istituto Comprensivo Giulianova 1). Attraverso una sperimentazione che ha avuto per protagonisti dei bambini e delle bambine di terza e l'anno successivo di quarta primaria, si è sviluppato un percorso cominciato da un'indagine sulle convinzioni e credenze degli alunni e le alunne sui problemi di matematica e concluso con la proposta di costruire nuove situazioni problematiche.

Nella definizione del percorso è stato necessario individuare obiettivi adeguati al grado scolastico dei bambini e delle bambine coinvolti, il riferimento sono stati gli obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta primaria, ristretti all'ambito *Numeri*. In particolare:

1. Eseguire le quattro operazioni con sicurezza, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale, scritto o con la calcolatrice a seconda delle situazioni.
2. Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali.
3. Stimare il risultato di una operazione.
4. Utilizzare numeri decimali per descrivere situazioni quotidiane.

Nel presentare esempi di insegnamento ambizioso, metteremo in risalto le scelte fatte in coerenza con i principi (indicati in corsivo) e gli obiettivi (rispettando l'elenco numerato precedente).

Cominciamo la presentazione con la descrizione della prima attività proposta nel percorso in classe.

Allo scopo di costruire un ambiente produttivo, abbiamo fatto riferimento al principio di *valutazione formativa*. In linea con questo principio è importante raccogliere informazioni sull'apprendimento degli studenti e delle studentesse per regolare le scelte da fare nelle attività successive. Conoscere il punto di vista degli alunni e le alunne riguardo ai problemi di matematica è stato il punto di

partenza del percorso. Rispetto a questo proposito, è però fondamentale fare scelte che permettano agli studenti e alle studentesse di stimolare la loro *responsabilità personale*: catturare la loro attenzione e mantenere accesa la curiosità. A questo scopo, è stato proposto il compito: “Inventate una situazione problematica”. Quest’ultimo è stato presentato in forma scritta e orale allo scopo di garantire un *accesso equo ai contenuti*.

Figura 1

Tre esempi di problemi proposti dai bambini

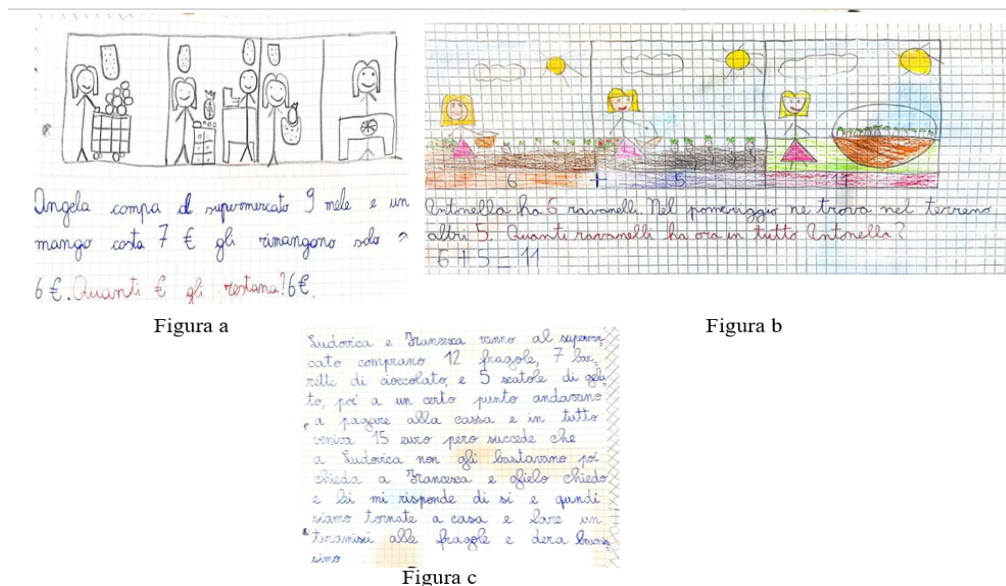


Figura a

Figura b

Figura c

I tre stralci di problemi proposti dai bambini (Figura 1) riassumono le diverse tipologie di proposte presentate dalla classe al compito assegnato; ciò che balza subito all’occhio, è: la struttura a strip, tipica del metodo adottato dalla docente³ (Figure 1a e 1b) e la scelta di proporre problemi descrittivi. Si possono inoltre individuare altri approcci stereotipati (ampiamente descritti da D’Amore, 2014 e Zan, 2016): le domande sono scritte utilizzando la penna rossa (Figure 1a e 1b) e in alcune lo sono anche i dati numerici (Figura 1b), vengono inoltre messi in evidenza l’operazione risolutiva e il risultato. In aggiunta, si può osservare l’uso di parole chiave come: “restano” (Figura 1a) e “in tutto” (Figura 1b). Soltanto una bambina (Figura 1c) nel suo testo non ha usato le strip o i colori e ha tentato di proporre un problema narrativo ma, dalla lettura, si percepisce come l’alunna abbia finito col perdere il filo del discorso, nell’intento di scrivere una storia. Leggendo con attenzione i testi prodotti, si sono evidenziati anche casi (Figura 1a) in cui, pur servendosi della struttura strip, non c’è connessione tra il testo e la rappresentazione. Il numero di oggetti descritti nel testo non

³ <https://metodovallortigara.wordpress.com/>

corrisponde a quelli rappresentati nelle immagini. In aggiunta, non è stata compiuta nessuna operazione aritmetica per determinare il risultato in base ai dati forniti nel testo.

Il principio di *valutazione formativa* impone di ripensare all'attività in riferimento a tutti e 5 principi. La consegna libera ha permesso effettivamente a tutti i bambini e le bambine di presentare il proprio personale problema attraverso la rappresentazione preferita (testo scritto, disegno, schema, ...). Questo ha anche garantito il coinvolgimento di ciascuno (*Accesso equo ai contenuti*) e la possibilità per tutti di presentare il proprio punto di vista (*Responsabilità personale, autonomia e identità*).

Questa prima attività non ha però fornito abbastanza indicazioni riguardo agli obiettivi matematici individuati (*Matematica*), ristretti al caso di addizioni e sottrazioni tra numeri naturali e, vista la presenza massiccia di rappresentazioni e situazioni stereotipate, non ha permesso di creare una situazione sfidante per i bambini e le bambine (*Domanda cognitiva*).

Per questo motivo, uno step successivo è stato quello di indagare la percezione di difficoltà e/o facilità associate alle situazioni problematiche, chiedendo agli studenti e alle studentesse di descrivere (attraverso un disegno, poche righe, o altro) un problema “facile”, uno “difficile” e motivare le proprie scelte. Questo genere di attività può permettere di raccogliere ulteriori informazioni sulla percezione che gli studenti e le studentesse hanno dei problemi di matematica (*valutazione formativa*), potrebbe anche ampliare il panorama dei contenuti matematici presi in esame (*matematica*) e, infine, stimolare la consapevolezza nel riconoscere situazioni più o meno sfidanti (*domanda cognitiva*). Tali informazioni possono inoltre consentire di calibrare i compiti e le consegne future in modo da renderle accessibili a tutti (*accesso equo ai contenuti*).

Figura 2

Esempi di problemi “facili” proposti dalla classe

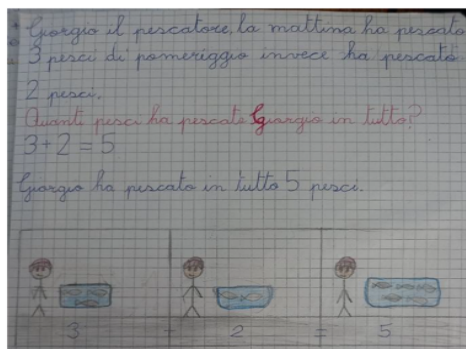


Figura a

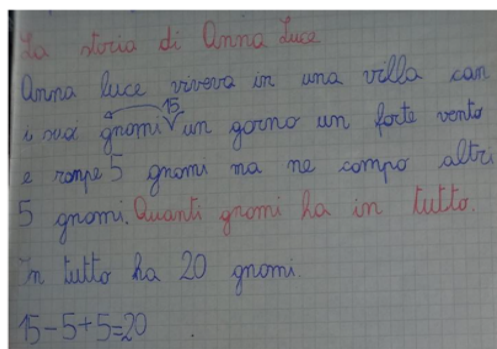


Figura b

Le due immagini rappresentano l'idea di facilità percepita dagli allievi e le

allieve della classe (Figure 2a e 2b); essa, è riconducibile agli algoritmi dell'addizione e sottrazione e, come per l'attività precedente, prevede una struttura tipica dei problemi descrittivi che sono di fatto esercizi. Se nella Figura 2a si evince quanto sia forte il legame con il linguaggio iconico del metodo adottato, nella Figura 2b si riconosce un tentativo di narrazione, arricchito dal linguaggio tipicamente utilizzato nei testi di matematica.

In modo analogo, gli studenti e le studentesse hanno proposto situazioni problematiche percepite come difficili.

Figura 3

Esempi di problemi "difficili" proposti dalla classe

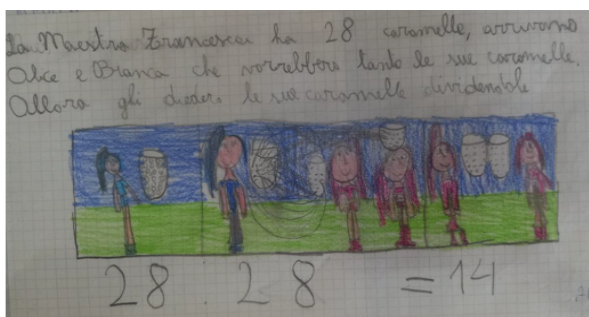


Figura a

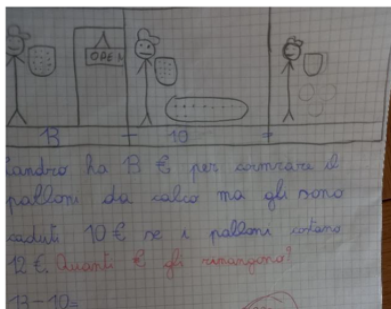


Figura b

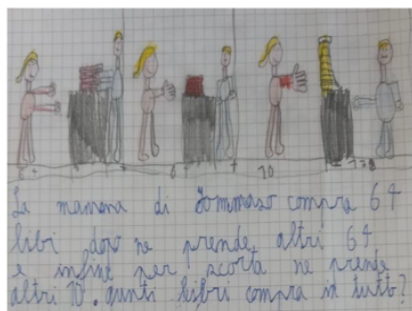


Figura c

Le immagini (Figura 3) mostrano quanto sia variegata l'idea di difficoltà; il materiale offerto dagli allievi e le allieve permette di percepire ciò che per loro è considerato difficile. Tenzialmente, si trovano riferimenti a numeri oltre il migliaio, strategie risolutive che richiedono di svolgere la divisione e, in generale, testi lunghi la cui soluzione si determina concatenando un certo numero di operazioni diverse. La maggior parte di essi si è comunque servita delle strip per rappresentarli e nessuno ha proposto testi complessi che richiassero tratti del problema narrativo.

In questo caso compaiono contenuti matematici più ricchi (presenza di più operazioni, numeri naturali oltre il migliaio, divisione) mettendo in risalto obiettivi che sembrano considerati complessi dagli allievi e le allieve (obiettivi

1. e 2.) mentre mancano riferimenti alla stima o all'uso di numeri decimali (obiettivi 3. e 4.). La situazione proposta dal compito si è rivelata sfidante per gli allievi e le allieve (*Domanda cognitiva*) perché hanno dichiarato di non essere mai stati coinvolti in consegne di questo tipo. Si è mantenuto invece il coinvolgimento (*Accesso equo ai contenuti*) e il rispetto del proprio punto di vista (*Responsabilità personale, autonomia e identità*).

Al fine di mantenere la situazione sfidante in termini di *domanda cognitiva* e di rendere ancora più partecipi gli alunni e le alunne della classe (*Responsabilità personale, autonomia e identità*), si è avviata una discussione su questi prodotti allo scopo di guidarli verso apprendimenti futuri, stimolando attenzione sui processi cognitivi e metacognitivi (*Valutazione formativa*) e mettendo gli alunni e le alunne al centro della riflessione (*Responsabilità personale, autonomia e identità*). Modificare di volta in volta i gruppi e i compiti, con lo scopo di mantenere la coerenza su tutti i principi, ha incentivato la creazione di un ambiente d'apprendimento produttivo che, di volta in volta, ha incoraggiato la crescita del pensiero matematico e fornito al docente nuovi stimoli dai quali prendere spunto per rimodulare il percorso proposto.

La panoramica delineata da queste prime attività, in linea con il principio di *valutazione formativa*, ha posto l'accento sulla necessità di proporre ai bambini e alle bambine contesti reali, problemi narrativi e non esercizi proposti attraverso un testo descrittivo (Zan, 2016). Inoltre, sembra essere importante promuovere attività che permetteranno agli studenti e alle studentesse di riflettere sulle procedure utilizzate, le rappresentazioni prodotte e le idee matematiche veicolate dai problemi (*Matematica*), affiancando tali attività a discussioni matematiche sui problemi.

L'approccio narrativo, attraverso l'introduzione di favole e storie, agevola il passaggio ai problemi narrativi (Zan, 2016), divenendo un vero e proprio laboratorio nel quale i bambini e le bambine possono interagire all'interno di situazioni sfidanti (*Domanda cognitiva*). Ogni contesto inserito in una narrazione si presta ad una matematizzazione, trasformando eventi e fatti in situazioni problematiche.

Partendo dagli obiettivi, in particolare quelli riferiti alla stima del risultato di un'operazione (3.) e l'uso di numeri decimali (4.), è importante individuare una situazione problematica che permetta di utilizzare e mettere in relazione entrambe le idee matematiche (*Matematica*). Per mantenere l'*Accesso equo ai contenuti* si è scelto di proporre il problema narrativo nel contesto di una favola già trattata in altre discipline e nota ai bambini e le bambine. Al contempo, è indispensabile che l'attività mantenga vivo il senso di *Responsabilità personale*. Alla luce di questi principi ed obiettivi, nell'attività proposta all'interno del percorso si è scelta la favola de *I tre porcellini*, da trasformare in modo collettivo e collaborativo ne *I tre porcellini matematici*. In linea con quanto proposto sino a quel momento, è sorta la necessità, quasi naturale, da parte dei bambini e delle bambine, di lavorare sui testi; occasione, questa, per riflettere in maniera

costruttiva e sfidante rispetto agli stereotipi emersi durante la prima fase del percorso. Per tali ragioni, la scelta di dedicarsi alla stesura, collettiva, di un testo narrativo, all'interno di una cornice quotidiana e verosimile, privo di parole chiave. Nella stesura, sotto la guida del docente, gli allievi e le allieve hanno proposto una nuova versione della favola nella quale le situazioni problematiche potevano essere affrontate attraverso divisioni e stime del risultato di un'operazione. La situazione verosimile di compravendita e misura ha incentivato l'utilizzo dei numeri decimali, permettendo ai bambini e alle bambine di familiarizzare con le quattro operazioni in questo insieme numerico. Listelli di legno, monete, mattoncini (Figura 4), sono diventati strumenti in mano ai bambini e alle bambine per costruire contesti problematici da descrivere attraverso un testo, analizzare, affrontare e risolvere. Tali scelte hanno permesso di introdurre e discutere riguardo a quei temi e contenuti percepiti come difficili nelle attività precedenti, stimolando l'adozione di molteplici strategie risolutive.

Figura 4

Alunni e alunne durante la manipolazione degli strumenti



Figura a



Figura b



Figura c

La Figura 4c mostra un'alunna giocare con delle monete poiché, successivamente all'acquisto del materiale per costruire la casa (analogamente allo svolgimento della storia, rivisitata), era giunto il momento di pagare il ferramenta e suddividere la spesa in tre parti, tanti quanti sono i protagonisti della favola. Gli stessi alunni hanno trasformato i momenti salienti della storia in situazioni problematiche reali, capaci di porli dinanzi a contesti di vita quotidiana.

Figura 5

Slide de I tre porcellini matematici, in cui è presente la divisione di un numero decimale



La riformulazione della favola con proposte di situazioni problematiche ha in effetti coinvolto i bambini e le bambine ad affrontare compiti in linea con gli obiettivi matematici prefissati. Ciò li ha inoltre inseriti in contesti quotidiani in cui mettere in relazione oggetti e idee matematiche attraverso la rappresentazione (con simboli, schemi, drammatizzazione, strumenti e così via) e la discussione (*Matematica*). La libertà espressiva attraverso il testo, il linguaggio orale, l'uso di strumenti e disegni ha permesso a tutti di lavorare e partecipare alle attività dando un personale contributo (*accesso equo ai contenuti e responsabilità personale*). L'uso di diverse rappresentazioni, lo scambio di opinioni e le continue domande sorte hanno portato la classe a formulare e riformulare problemi e costruirne di nuovi, accendendo una sfida intellettuale continua (*Domanda cognitiva*).

Il principio di *valutazione formativa* è stato seguito proponendo continue discussioni matematiche al fine di conoscere il livello di raggiungimento dei singoli obiettivi matematici in itinere.

Di seguito lo stralcio della discussione relativo alla ripartizione della spesa (Figura 5) relativa agli obiettivi riguardanti la divisione (2.), la stima (3.) e l'uso dei numeri decimali in situazioni reali (4.).

1. K.: “Maestra, con queste monete non riesco a far pagare ad ogni porcellino gli stessi soldi”
2. Maestra: “Ragazzi, come sempre, siete liberi di intervenire ed aiutare Keisy”.
3. E: “Keisy fai una cosa, lì ci sono le banconote da 5 euro e 10 euro. Fai finta che sono 29,00 euro e prova a dividere 29,00 euro...nove, diciotto, ventisette...”.

4. L.: *“Sì, però non arrivi a 29,00 euro, quindi, devi usare pure le monete piccole...questa è la divisione con la virgola, io non la so fare”.*
5. K.: *“Maestra, se metto queste monete vicino alla banconota da 5 euro, arrivo a 9 euro e cinquanta, se metto questa (moneta da 10 centesimi) sessanta...ora riconto tutto e vediamo se ci siamo vicini”.*
6. R.: *“Ma nooooo, scusa...ma fai una cosa...29,99 euro sono praticamente 30 euro. Così è più facile, dividi per tre...e ogni porcellino paga 10 euro”.*
7. L.: *“Siiiiiiii Riccardo, hai ragione! Infatti, al supermercato, quando mettono le cose a 0,99, è come se costano 1 euro!”.*

In questo stralcio, la maestra lascia gli allievi e le allieve liberi di discutere riguardo al problema di ripartizione della spesa (2). La discussione matematica collettiva sul problema fa emergere prima di tutto la difficoltà manifestata rispetto alla divisione con numeri decimali (4), argomento non ancora introdotto. Allo stesso modo, il confronto collettivo, a fronte della difficoltà palesata, conduce uno studente a proporre la stima del prezzo (6), accolto da un altro (7). La discussione si chiude riconoscendo che 10 euro fosse il prezzo idoneo di spesa per ciascun porcellino. Alla conclusione, la docente ha ritenuto opportuno istituzionalizzare quanto emerso dai continui scambi di opinioni e tentativi tra gli alunni, proponendo di affrontare le divisioni tra numeri decimali attraverso la stima per ricondurre il caso ai numeri naturali (*Matematica*).

In generale, dunque, il lavoro svolto durante la sperimentazione ha avvalorato le ipotesi riportate su questo contributo, in particolar modo riguardo l'importanza di non adottare alcun metodo per l'insegnamento-apprendimento della matematica, ma orientarsi sulla selezione di più scelte strategiche e metodologiche, rifacendosi continuamente ai principi e gli obiettivi individuati. L'insegnamento ambizioso, letto in chiave di “non metodo” potrebbe essere di aiuto al docente nella scelta, all'interno delle Indicazioni Nazionali, degli obiettivi educativi da promuovere in classe, al fine di sviluppare importanti competenze trasversali, in linea con i principi promossi dalle Indicazioni Nazionali e collegati con quelli di TRU, per cui è indispensabile: superare l'apprendimento meccanico e mnemonico per comprendere i fatti matematici e le loro relazioni (*Matematica e Domanda Cognitiva*); favorire attività di scoperta, proponendo situazioni da esplorare e in cui formulare congetture (*Accesso equo ai contenuti*) e, infine, promuovere il lavoro cooperativo e collaborativo, incentivando il dialogo attraverso discussioni matematiche e confronti di argomentazioni (*Responsabilità personale, autonomia e identità*). Da cornice a tutto ciò, la *Valutazione formativa* permette di monitorare costantemente le attività e i processi messi in campo per prendere decisioni consapevoli e coerenti per i percorsi futuri.

Riferimenti

- Bartolini Bussi, M., Boni, M., & Ferri, M. (1995). *Costruzione sociale del sapere matematico: Discussione matematica e rappresentazione dello spazio*. Centro Documentazione Educativa di Modena.
- Bottero, E. (2007). *Il metodo di insegnamento: I problemi della didattica nella scuola di base*. FrancoAngeli.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 33–115.
- Castoldi, M. (2020). *Ambienti di apprendimento: Ripensare il modello organizzativo della scuola*. Carocci.
- Chevallard, Y., & Joshua, M. A. (1982). Un exemple d'analyse de la transposition didactique: La notion de distance. *Recherches en didactique des mathématiques*, 3(1), 159–239.
- D'Amore, B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Digital Index Editore.
- D'Amore, B. (2023). *Elementi di didattica della matematica*. Bonomo.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2006). Che problema i problemi! *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 29AB(6), 645–664. Centro Morin.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2014). Illusioni, panatee, miti nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *Difficoltà in Matematica*, 11(1), 89–109.
- D'Amore, B., Godino, J. D., Arrigo, G., & Fandiño Pinilla, M. I. (2003). *Competenze in matematica. Una sfida per il processo di insegnamento-apprendimento*. Pitagora.
- D'Amore, B., Radford, L., & Bagni, G. T. (2006). Ostacoli epistemologici e prospettive socioculturali. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 29B(1), 11–40.
- Dewey, J. (2023). *My pedagogic creed* (T. Pezzano, Trad.). In *My pedagogic creed. Il manifesto pedagogico per una scelta di vita democratica*. (Opera originale pubblicata nel 1897).
- Di Martino, P., & Zan, R. (2019). *Problemi al centro: Idee*. Giunti Scuola.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2020a). *Curricolo, competenze e valutazione in matematica*. Bonomo.
- Fandiño Pinilla, M. I. (2020b). *Diversi aspetti che definiscono l'apprendimento e la valutazione in matematica*. Bonomo.
- Komenský, J. A. (1911). *Didattica magna* (V. Gualtieri, Trad.). In *Didattica magna*. (Opera originale pubblicata nel 1657). Recuperato da <https://archive.org/details/ComeniusDidatticaMagna>
- Kilpatrick, J. (2001). Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 101–116. <https://doi.org/10.1023/A:1017973827514>
- MIUR (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca). (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. *Annali della Pubblica Istruzione*, LXXXVIII (numero speciale). Le Monnier. Recuperato da https://sial.school/wp-content/uploads/2022/04/Indicazioni_Annali_Curricolo_Italiano.pdf

- MIUR (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca). (2018). *Indicazioni nazionali e nuovi scenari*. Recuperato da <https://www.mim.gov.it/documents/20182/0/Indicazioni+nazionali+e+nuovi+scenari>
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Pestalozzi, J. H. (1963). *Come Geltrude istruisce i suoi figli* (A. Banfi, Trad.). La Nuova Italia. (Opera originale pubblicata nel 1801).
- Sabena, C., Ferri, F., Martignone, F., & Robotti, E. (2019). *Insegnare e apprendere matematica nella scuola dell'infanzia e primaria* (pp. 1–295). Mondadori Università.
- Schoenfeld, A. H. (2013). Classroom observations in theory and practice. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45(4), 607–621. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0483-1>
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? *Educational Researcher*, 43(8), 404–412. <https://doi.org/10.3102/0013189X1455>
- Schoenfeld, A., Fink, H., Sayavedra, A., Weltman, A., & Zuñiga-Ruiz, S. (2023). *Mathematics teaching on target: A guide to teaching for robust understanding at all grade levels*. Routledge.
- Vertecchi, B. (2012). *Parole per la scuola*. FrancoAngeli.
- Vygotskij, L. S. (1978). *Mind in society: Development of higher psychological processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds.). Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4>
- Vygotskij, L. S. (1990). *Pensiero e linguaggio*. Laterza.
- Zan, R. (2007). *Difficoltà in matematica*. Springer.
- Zan, R. (2016). *I problemi di matematica: Difficoltà di comprensione e formulazione del testo*. Carocci.
- Zan, R., & Baccaglini-Frank, A. (2017). *Avere successo in matematica. Strategie per l'inclusione e il recupero*. UTET Università.